



# *Von der schwachen zur elektroschwachen Wechselwirkung*

Christoph Berger

## **Einführung**

In den vorangegangenen Kap. 3 und 4 haben wir uns ausführlich mit der elektromagnetischen und der starken Wechselwirkung beschäftigt, wobei in Kap. 5 dargelegt wurde, dass in Prozessen mit Quarks und Hadronen beide Kräfte zusammen behandelt werden müssen. Nun wenden wir uns in Abschn. 6.1 der schwachen Wechselwirkung zu, deren Gesetze ebenfalls am klarsten in rein leptonischen Prozessen formuliert werden können. Bei der Erweiterung auf Quarks und Hadronen (Abschn. ??) wird erneut deutlich, wie wichtig ein quantitatives Verständnis der starken Kraft ist. Im darauf folgenden Abschnitt behandeln wir die neutralen Ströme und die Zusammenfassung der elektromagnetischen und schwachen Wechselwirkung im Modell von Glashow, Salam und Weinberg (GSW-Modell).

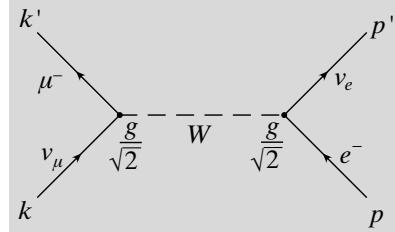
## **6.1 Schwache Wechselwirkung von Leptonen**

Bereits im ersten Kapitel des Buches wurde betont, dass die schwache Wechselwirkung – ähnlich wie die elektromagnetische Wechselwirkung – durch Austausch von Feldquanten beschrieben wird. Wir wollen dieses Thema nun ausführlicher behandeln und uns dabei zunächst auf Prozesse beschränken, die durch Austausch der geladenen  $W$ -Bosonen behandelt werden können. Sie werden auch Reaktionen *geladener* Ströme genannt (Abkürzung CC für

---

C. Berger, Prof. Dr.

I. Physikalisches Institut, RWTH Aachen, 52056 Aachen, Deutschland. E-mail: [berger@rwth-aachen.de](mailto:berger@rwth-aachen.de)



**Abb. 6.1** Feynman-Diagramm der Reaktion  $\nu_\mu e^- \rightarrow \mu^- \nu_e$

(*charged current*), und man hat lange Zeit geglaubt, dass die schwache Wechselwirkung nur diese Art von Reaktionen kennt.

### 6.1.1 Quasielastische $\nu_\mu e^-$ -Streuung

Als ein konkretes Beispiel betrachten wir zunächst den Streuprozess

$$\nu_\mu + e^- \rightarrow \mu^- + \nu_e , \quad (6.1)$$

den man auch als quasielastisch bezeichnet, da es sich um eine Zwei-Körperreaktion mit unterschiedlichen Teilchen im Anfangs- und Endzustand handelt. Das zugehörige Feynman-Diagramm ist in Abb. 6.1 wiedergegeben. Am  $\nu_\mu \mu$ -Vertex wird entweder ein  $W^+$  emittiert oder ein  $W^-$  absorbiert. Entsprechende Regeln gelten für den  $\nu_e e$ -Vertex. Das  $W$ -Boson koppelt mit der Stärke  $g/\sqrt{2}$  an den  $(\nu_\mu \mu)$ - bzw.  $(\nu_e e)$ -Strom. Diese Ströme ändern am Vertex ihre Ladung im Gegensatz zu den Strömen der elektromagnetischen Wechselwirkung. Sie heißen daher – vielleicht etwas irreführend – „geladene“ Ströme. Die Konvention, die dimensionslose Kopplungskonstante  $g$  durch  $\sqrt{2}$  zu teilen, wird sich später noch als sehr sinnvoll erweisen.

Der relativistischen Quantentheorie entnehmen wir, dass der Austausch von stabilen massiven Spin 1-Teilchen mit dem Viererimpuls  $q^\mu$  und der Masse  $M$  durch einen Faktor

$$-i \frac{g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / M^2}{q^2 - M^2} \quad (6.2)$$

beschrieben wird, der – verglichen mit dem Photonpropagator – neben dem Massenterm im Nenner noch ein weiteres Glied  $q_\mu q_\nu / M^2$  im Zähler enthält.

Bei der Diskussion der Paritätsverletzung in der schwachen Wechselwirkung (Abschn. 2.5.4) haben wir gesehen, dass die Neutrinos immer linkshändig sind. Im Matrixelement dürfen daher nur linkshändige Neutrinos auftauchen.

chen. Unter Benutzung von (3.81) können wir also die Streuamplitude sofort in der Form

$$T_{fi} = -\frac{g^2}{2} \bar{u}(k') \gamma^\mu \frac{1-\gamma^5}{2} u(k) \frac{g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / M_W^2}{q^2 - M_W^2} \bar{u}(p') \gamma^\nu \frac{1-\gamma^5}{2} u(p) \quad (6.3)$$

anschreiben. Um dieses Ergebnis durch Anwenden der Feynman-Regeln zu erhalten, muss offenbar für jeden Vertex der schwachen Wechselwirkung ein Faktor

$$\frac{-ig}{\sqrt{2}} \gamma^\mu \frac{1-\gamma^5}{2} \quad (6.4)$$

hinzugefügt werden.

Für die hier betrachteten Teilchenzerfälle und für die meisten bisher durchgeführten Streuexperimente mit Neutrinos gilt  $|q^2| \ll M_W^2$ . Weiter sieht man mit Hilfe der Spinor-Gleichung (3.46) sofort ein, dass die Glieder mit  $q_\mu q_\nu$  als Faktor in (6.3) proportional zu  $m^2/M_W^2$  werden, wobei  $m$  z. B. die Masse des Myons ist. Damit werden also diese Anteile in unserem Beispiel völlig vernachlässigbar. Selbst mit  $m = 5 \text{ GeV}$  bleibt die Korrektur  $< 1\%$ . Der Wert für die Kopplungskonstante  $g$  muss dem Experiment entnommen werden. In der Näherung  $|q^2| \ll M_W^2$  sind alle Zerfallsraten und Wirkungsquerschnitte proportional zum Verhältnis  $(g/M_W)^4$ , und dieses Verhältnis wird konventionell über die Abkürzung

$$\frac{g^2}{M_W^2} = \frac{8G_F}{\sqrt{2}} \quad (6.5)$$

ausgedrückt, worin  $G_F$  die Fermi-Kopplungskonstante ist. Mit diesen Näherungen und Abkürzungen reduziert sich (6.3) zu

$$T_{fi} = \frac{4G_F}{\sqrt{2}} \bar{u}(k') \gamma^\mu \frac{1-\gamma^5}{2} u(k) \bar{u}(p') \gamma_\mu \frac{1-\gamma^5}{2} u(p) \quad (6.6)$$

und entspricht nun dem Fermischen Ansatz einer Strom-Strom-Kopplung mit einer dimensionsbehafteten Kopplungskonstanten. Der genaue Zahlenwert der Fermi-Konstanten von

$$G_F = 1,16638 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2} \quad (6.7)$$

wurde aus der Lebensdauer der Myonen bestimmt, die wir im nächsten Abschnitt behandeln werden. Für die meisten Rechnungen genügt die praktische Näherung  $G_F = 10^{-5}/M_p^2$ .

In Abschn. 3.1.2 wurde das Konzept der Chiralität und der links- bzw. rechts-händigen Ströme eingeführt. Mit der Definition (3.100) lässt sich (6.6) als Produkt zweier linkshändiger Ströme schreiben,

$$T_{fi} = \frac{4G_F}{\sqrt{2}} j_L^\mu j_{\mu,L} . \quad (6.8)$$

Es hat allerdings lange gedauert, bis sichergestellt war, dass der geladene schwache Strom linkshändig ist, also eine ( $V - A$ )-Struktur besitzt.

Wir können nun sofort zur Berechnung des Wirkungsquerschnitts der  $\nu_\mu e$ -Streuung übergehen. Die Rechnung zeigt, dass nur die Amplitude für die Reaktion  $\nu_\mu e_L^- \rightarrow \nu_e \mu_L^-$  von Null verschieden ist; es gilt also Helizitätserhaltung am Vertex, auch wenn die Massen des Elektrons und des Myons berücksichtigt werden. Die nötigen Stromprodukte wurden in der Hochenergiennäherung, d. h. bei Vernachlässigung von Massentermen, schon in Abschn. 3.2 berechnet. Die Ergebnisse der Tabelle 3.2 wurden dort für die elektromagnetische Wechselwirkung abgeleitet, die zweite Zeile gehört zur uns im Augenblick interessierenden elastischen Streuung von linkshändigen Teilchen. Der Übergang zur schwachen Wechselwirkung wird durch die Ersetzung von Kopplungen und Propagator gemäß

$$\frac{e^2}{t} \rightarrow \frac{-4G_F}{\sqrt{2}} \quad (6.9)$$

vollzogen. Damit folgt

$$T_{fi}(\nu_\mu e_L^- \rightarrow \nu_e \mu_L^-) = 4\sqrt{2}G_F s \quad (6.10)$$

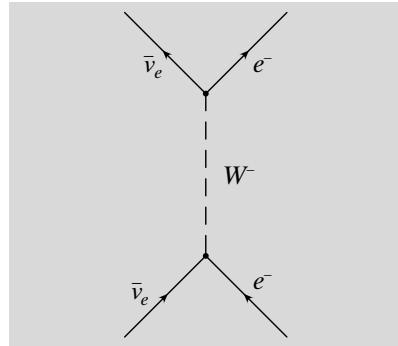
für die Amplitude und

$$\frac{d\sigma}{dt}(\nu_\mu e \rightarrow \nu_e \mu) = \frac{G_F^2}{\pi} \quad (6.11)$$

für den Wirkungsquerschnitt an unpolarisierten Elektronen. Die Winkelverteilung ist isotrop, im Schwerpunktssystem der Reaktion gilt

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\nu_\mu e \rightarrow \nu_e \mu) = \frac{G_F^2 s}{4\pi^2} , \quad (6.12)$$

woraus unmittelbar der Ausdruck



**Abb. 6.2** Geladene Ströme in der  $\bar{\nu}_e e$ -Streuung

$$\sigma(\nu_\mu e \rightarrow \nu_e \mu) = \frac{G_F^2 s}{\pi} \quad (6.13)$$

für den totalen Querschnitt der quasielastischen Myon-Neutrino-Streuung an Elektronen berechnet werden kann.

Die gleichen Formeln sind auch für die Streuung von Elektron-Neutrinos ( $\nu_e$ ) an Elektronen gültig, falls man nur geladene Ströme berücksichtigt, also z. B.

$$\sigma(\nu_e e^- \rightarrow \nu_e e^-) = \frac{G_F^2 s}{\pi} . \quad (6.14)$$

Für die Streuung von  $\bar{\nu}_\mu$  an Elektronen gibt es kein Diagramm mit geladenen Strömen, während für

$$\bar{\nu}_e + e^- \rightarrow \bar{\nu}_e + e^- \quad (6.15)$$

der Annihilationsgraph der Abb. 6.2 existiert. Wir berechnen den Wirkungsquerschnitt für diese Reaktion, obwohl wir heute wissen, dass zu dem genannten Prozess auch der Austausch neutraler Vektorbosonen beiträgt (Abschn. 7.1). Es geht hier aber zunächst weniger um die Ableitung von Formeln, die wir mit Experimenten vergleichen können, als um eine grundsätzliche Diskussion der Neutrino-Elektron-Streuung.

Das zugehörige Matrixelement entnehmen wir der ersten Zeile der Annihilationstabelle 3.3 mit der Ersetzung von  $-e^2/s$  durch  $4G_F/\sqrt{2}$ ,

$$T_{fi} = \frac{4G_F s}{\sqrt{2}} (1 + \cos \Theta) . \quad (6.16)$$

Hierin bezeichnet  $\Theta$  wie üblich den Winkel zwischen dem ein- und auslaufenden  $\bar{\nu}_e$  (bzw. zwischen dem ein- und auslaufenden  $e^-$ ) im Schwerpunktssystem. Mit Hilfe von (6.16) wird nun der differentielle Querschnitt für unpolarisierte Elektronen zu

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\bar{\nu}e^- \rightarrow \bar{\nu}e^-) = \frac{G_F^2 s}{16\pi^2} (1 + \cos \Theta)^2 \quad (6.17)$$

bzw. unter Benutzung von (3.172) zu

$$\frac{d\sigma}{dt}(\bar{\nu}_e e^- \rightarrow \bar{\nu}_e e^-) = \frac{G_F^2}{\pi} (1 - y)^2 \quad (6.18)$$

bestimmt. Die Integration der Winkelverteilung liefert für den totalen Wirkungsquerschnitt das Resultat

$$\sigma(\bar{\nu}_e e^- \rightarrow \bar{\nu}_e e^-) = \frac{G_F^2 s}{3\pi} , \quad (6.19)$$

also  $1/3$  des Wertes, der für die Streuung von Neutrinos an Elektronen gefunden wurde. Diese Unterdrückung um einen Faktor 3 ist unmittelbar anschaulich einsichtig. Die extrem kurze Reichweite der schwachen Wechselwirkung bedeutet, dass die Streuung in einer  $s$ -Welle stattfindet. Im Fall der  $\bar{\nu}_e$ -Streuung hat der Anfangszustand die Komponente  $J_z = 1$  des Gesamtdrehimpulses, die anderen Werte  $0, -1$  sind nicht möglich. Der Faktor  $1/3$  entspricht offenbar dem statistischen Gewicht, während die eigentliche Stärke der Wechselwirkung für die Neutrino-Elektron- und die Antineutrino-Elektron-Streuung den gleichen Wert annimmt.

Der lineare Anstieg der hier untersuchten Wirkungsquerschnitte mit dem Quadrat der Schwerpunktsenergie ist ein charakteristisches Kennzeichen der Strom-Strom-Kopplung. Durch Vergleich der Winkelverteilung (6.17) mit (2.267) lernen wir, dass die Helizitätsamplitude der Reaktion (6.15) nur durch die Partialwelle  $t^1$  bestimmt wird. Der Betrag der Amplituden  $t^J$  kann jedoch nie größer als 1 und ihr Realteil nie größer als  $1/2$  werden. Die maximale Amplitude der elastischen Streureaktion (6.15) beträgt daher  $12\pi(1 + \cos \Theta)$ . Diese sog. Unitaritätsgrenze wird also für die  $\bar{\nu}_e e$ -Streuung bei

$$s_{\max} = \frac{6\pi}{\sqrt{2}G_F} \quad (6.20)$$

erreicht. Für die anderen hier diskutierten Reaktionen sind die numerischen Faktoren etwas verschieden, z. B. ist  $s_{\max}$  in der  $\nu_\mu e$ -Streuung um einen Faktor drei kleiner. Ihre Querschnitte überschreiten aber ebenfalls die Uni-

taritätsgrenze bei Neutrino-Impulsen der Größenordnung  $\sqrt{G_F^{-1}} = 350 \text{ GeV}$  im Schwerpunktssystem.

Natürlich dürfen wir bei diesen Energien nicht mehr mit der so angenehmen Näherung  $q^2 \ll M_W^2$  arbeiten, sondern müssen den Vektormeson-Propagator der Beziehung (6.3) berücksichtigen. Im Fall der  $\bar{\nu}_e e$ -Streuung rechnet man sofort aus, dass (6.19) außerhalb des Pols des Vektormeson-Propagators durch

$$\sigma = \frac{G_F^2 s}{3\pi} \left( \frac{1}{1 - s/M_W^2} \right)^2 \quad (6.21)$$

ersetzt wird, was für sehr große Energien zu einem  $1/s$ -Verhalten des Querschnitts ähnlich der Elektron-Positron-Abschaltung in Myonen führt. Der Wirkungsquerschnitt der quasielastischen Streuung (6.1), zu dem jetzt viele Partialwellen beitragen, strebt einen konstanten Wert an [Qui13]. Wir werden später sehen, dass bei Berücksichtigung der neutralen Ströme auch andere Prozesse der schwachen Wechselwirkung ein vernünftiges Hochenergieverhalten zeigen, also nicht die Unitaritätsgrenze verletzen.

### Vertiefung

Zum Vergleich mit den Experimenten reicht die Hochenergie-Näherung häufig nicht aus. Auch ohne Vernachlässigung der Massen von Elektron und Myon lässt sich (6.6) einfach auswerten. Da nur eine Amplitude beiträgt, gilt für den Streuprozess  $\nu_\mu e \rightarrow \nu_e \mu$

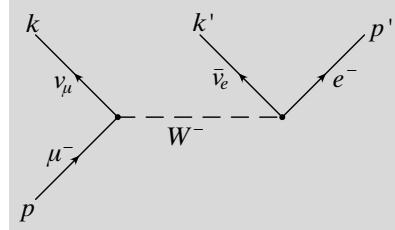
$$|T_{fi}|^2 = \sum |T_{fi}|^2 = 32G_F^2(s - m_\mu^2)(s - m_e^2) . \quad (6.22)$$

Den Übergang zur Annihilation haben wir früher durch die Ersetzung  $s \leftrightarrow t$  vollzogen. In (6.18) bezeichnet  $t$  entsprechend der Herleitung das Quadrat des Viererimpulsübertrags zwischen ein- und auslaufendem  $\bar{\nu}_e$ , während im Feynman-Diagramm der Abb. 6.1  $t$  dem Impulsübertrag zwischen  $\nu_\mu$  und  $\mu^-$  zugeordnet ist. Wir müssen daher jetzt die Ersetzung  $s \leftrightarrow u$  vornehmen und erhalten

$$|T_{fi}|^2(\bar{\nu}_e e^- \rightarrow \bar{\nu}_e e^-) = 32G_F^2(u - m_e^2)^2 . \quad (6.23)$$

### 6.1.2 Der Zerfall des Myons

Als weiteres Beispiel behandeln wir nun den Myonzerfall, also die Reaktion



**Abb. 6.3** Der Zerfall des Myons. Die kinematischen Größen sind im Ruhesystem des Myons spezifiziert

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu , \quad (6.24)$$

die durch den Feynman-Graphen der Abb. 6.3 beschrieben wird. Die zugehörige Amplitude lautet

$$T_{fi} = \frac{4G_F}{\sqrt{2}} \bar{u}(k) \gamma^\mu \frac{1 - \gamma^5}{2} u(p) \bar{u}(p') \gamma_\mu \frac{1 - \gamma^5}{2} v(k') . \quad (6.25)$$

Diese Amplitude wird nun im Ruhesystem des Myons ausgewertet, wobei auch das Elektron als masseloses Teilchen angesehen wird.  $E'$  ist die Elektronenenergie, die Energie des Myon-Neutrinos wird mit  $\omega$  und die des Elektron-Antineutrinos mit  $\omega'$  bezeichnet. Die  $z$ -Achse des Koordinatensystems legen wir zur Vereinfachung in die Flugrichtung des auslaufenden Elektrons, dann tauchen nur noch die Winkel  $\Theta_{\nu_\mu}$  und  $\Theta_{\bar{\nu}_e}$  auf. In der Näherung verschwindender Elektronenmasse lässt sich das Matrixelement mit Hilfe der in Abschn. 3.1 angegebenen Spinoren bequem ausrechnen. Für das Myon-Neutrino und das Elektron müssen wir linkshändige ( $\bar{u}_L(k), \bar{u}_L(p')$ ) und für das  $\bar{\nu}_e$  rechtshändige ( $v_R(k')$ ) Spinoren wählen.

Für ein Myon, dessen Spin entlang der positiven  $z$ -Achse ausgerichtet ist, erhalten wir (z. B. mit Hilfe unseres MAPLE-Pakets)

$$T_{fi} = 16G_F \sqrt{m_\mu \omega' \omega E'} \sin(\Theta_{\nu_\mu}/2) \cos(\Theta_{\bar{\nu}_e}/2) , \quad (6.26)$$

während im Matrixelement für die andere Polarisationsrichtung der letzte Cosinus-Faktor durch  $-\sin(\Theta_{\bar{\nu}_e}/2)$  ersetzt werden muss. Weiter gilt die kinematische Beziehung

$$4\omega E' \sin^2(\Theta_{\nu_\mu}/2) = (k + p')^2 , \quad (6.27)$$

und wegen  $k + p' = p - k'$  lässt sich die rechte Seite dieser Gleichung ohne weiteres auswerten. Das Resultat lautet

$$4\omega E' \sin^2(\Theta_{\nu_\mu}/2) = m_\mu^2 - 2m_\mu\omega' , \quad (6.28)$$

und damit gelangt man schließlich zu

$$\overline{\sum} |T_{fi}|^2 = 32G_F^2 m_\mu^2 \omega' (m_\mu - 2\omega') . \quad (6.29)$$

Dieser Ausdruck hängt nur noch von  $\omega'$  ab. Die Formel (2.50) für den Dreikörper-Zerfall lässt sich direkt anwenden und ergibt die differentielle Zerfallsrate

$$\frac{d^2\Gamma}{d\omega'dE'} = \frac{G_F^2}{2\pi^3} m_\mu \omega' (m_\mu - 2\omega') . \quad (6.30)$$

Sinnvollerweise integrieren wir noch über die Energie des  $\bar{\nu}_e$ , da nur das Zerfallselektron beobachtet werden kann. Die Grenzen des Dalitz-Plots für den Zerfall in drei masselose Teilchen sind besonders einfach. Sie bilden ein Dreieck in der  $E', \omega'$ -Ebene (Abb. 2.3). Die Integrationsgrenzen für  $\omega'$  können an diesem Dreieck sehr einfach zu

$$\frac{m_\mu}{2} - E' < \omega' < \frac{m_\mu}{2} \quad (6.31)$$

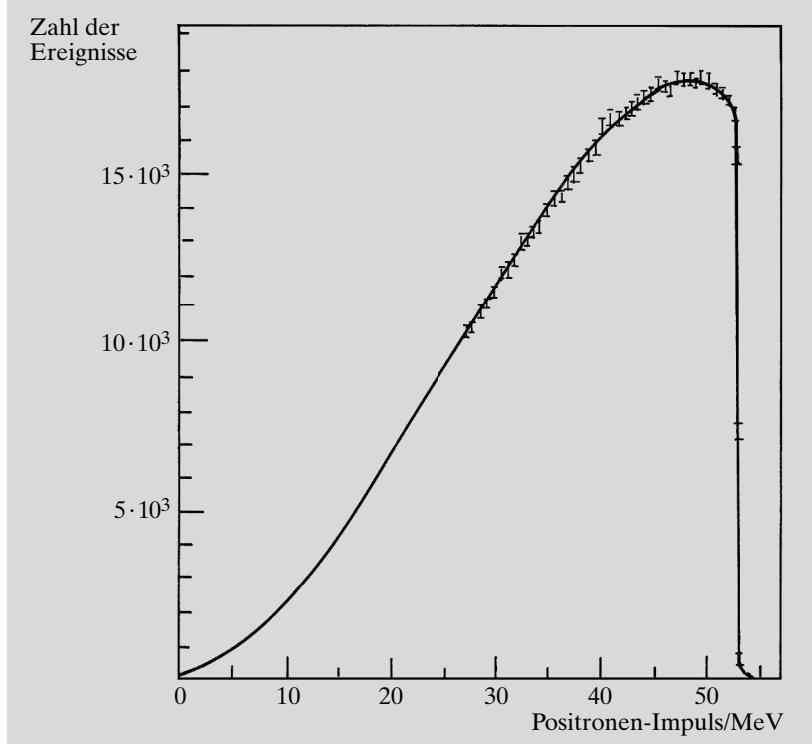
abgelesen werden. Daher wird das Energiespektrum der Elektronen für  $0 \leq E' \leq m_\mu/2$  durch die Formel

$$\frac{d\Gamma}{dE'} = \frac{m_\mu^2 G_F^2}{12\pi^3} E'^2 \left( 3 - \frac{4E'}{m_\mu} \right) \quad (6.32)$$

wiedergegeben. Die Abb. 6.4 demonstriert die hervorragende Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment. Das Spektrum zeigt eine starke Anhäufung bei der kinematischen Grenze  $E' = m_\mu/2$ , d. h. bei der in Abb. 2.23 gezeigten Konfiguration der Zerfallsteilchen. Daher kann aus der Richtung der hochenergetischen Elektronen die Richtung des Myon-Spins entnommen werden. Die Korrelation zwischen dem Impuls des Elektrons und dem Polarisationsvektor des Myons wurde in einer Serie von Experimenten am CERN zur Präzisionsmessung des magnetischen Momentes des Myons benutzt. Diese sog. ( $g - 2$ )-Experimente sind als Musterbeispiele physikalischer Experimentierkunst bekannt geworden [Com81].

Die Zerfallsbreite des Myons gewinnen wir durch Integration von (6.32) diesmal über  $E'$  in den Grenzen von 0 bis  $m_\mu/2$  mit dem bekannten Resultat

$$\Gamma(\mu \rightarrow e\bar{\nu}_e\nu_\mu) = \frac{G_F^2 m_\mu^5}{192\pi^3} , \quad (6.33)$$



**Abb. 6.4** Das Energiespektrum der Positronen im Zerfall  $\mu^+ \rightarrow e^+ \bar{\nu}_\mu \nu_e$

welches von grundlegender Bedeutung für alle weiteren Untersuchungen der schwachen Wechselwirkung ist.

Falls die Elektronenmasse in der Rechnung nicht vernachlässigt wird, muss (6.33) mit einem Korrekturfaktor

$$f(x) = 1 - 8x \quad (6.34)$$

multipliziert werden. Mit  $x = m_e^2/m_\mu^2$  weicht  $f(x)$  nur um  $\approx 2 \cdot 10^{-4}$  von 1 ab. Bei der angestrebten Genauigkeit in der Bestimmung von  $G_F$  kann auch der Term  $q_\mu q_\nu/M^2$  im Zähler des Propagators nicht mehr als verschwindend klein angesehen werden. Zusätzlich sind elektromagnetische Strahlungskorrekturen zu berücksichtigen, so dass für die gesamte Korrektur nun

$$1 - 8 \frac{m_e^2}{m_\mu^2} + \frac{3}{5} \frac{m_\mu^2}{M_W^2} - 1.82 \frac{\alpha}{\pi} \quad (6.35)$$

in erster Näherung anzusetzen ist. Die genaueste heute verwendete Formel findet sich z. B. in [PDG12]. Da alle Korrekturen sehr klein sind, weicht der in (6.7) angegebene Wert der Fermi-Konstanten nur um 0,2 % von dem über (6.33) bestimmten Wert ab.

Die Formel für die Myon-Lebensdauer enthält die Myonmasse in der fünften Potenz. Damit ist sofort klar, warum die Lebensdauer des  $\tau$ -Leptons so viel kürzer ist. Aus (6.33) berechnen wir unmittelbar die Partialbreite der leptonischen Zerfälle des  $\tau$  zu

$$\Gamma(\tau \rightarrow l\bar{\nu}\nu) = \Gamma_\mu \left( \frac{m_\tau}{m_\mu} \right)^5, \quad (6.36)$$

worin das geladene Lepton  $l$  naturgemäß ein Elektron oder ein Myon sein kann. Der Zerfall  $\tau \rightarrow e\bar{\nu}\nu$  hat ein Verzweigungsverhältnis von 17,83 %. Zusammen mit der  $\tau$ -Lebensdauer wird daher eine Partialbreite von  $4,040 \cdot 10^{-4}$  eV berechnet, die mit (6.36) innerhalb des Messfehlers von 0,3 % übereinstimmt. Bei der Anwendung auf den Zerfall  $\tau \rightarrow \mu\bar{\nu}\nu$  muss aber schon die Korrektur (6.34) berücksichtigt werden. Dann ergibt sich auch hier wieder eine glänzende Bestätigung der Theorie.

Die Ergebnisse der letzten beiden Abschnitte wurden unter der stillschweigenden Voraussetzung der *Universalität* der schwachen Wechselwirkung abgeleitet. Darunter verstehen wir die Tatsache, dass die  $W$ -Bosonen mit der gleichen Stärke an die drei Leptonfamilien

$$\binom{\nu_e}{e}, \binom{\nu_\mu}{\mu}, \binom{\nu_\tau}{\tau} \quad (6.37)$$

ankoppeln. Der Vergleich der partiellen Lebensdauern des  $\tau$ -Leptons mit der Lebensdauer des Myons stellt einen besonders beeindruckenden Test dieser Hypothese dar. Die Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment war lange Zeit nicht befriedigend, so dass ernste Zweifel an einer universellen Kopplungsstärke für die drei Leptonfamilien aufkamen. Es hat sich aber dann gezeigt, dass der dabei benutzte Wert der  $\tau$ -Masse fehlerhaft war.

### Vertiefung

Es ist interessant, den inneren Zusammenhang zwischen dem  $\mu$ -Zerfall und der  $\nu_\mu e$ -Streuung zu studieren. Unter Benutzung der Invarianten  $s_2 = (p - k')^2$  wird (6.29) in

$$\sum |T_{fi}|^2 = 32G_F^2(m_\mu^2 - s_2)s_2 \quad (6.38)$$

umgeformt, wobei zu beachten ist, dass jetzt die Summe der Amplitudenquadrate ohne Mittelung über die Anfangszustände berechnet wurde. Diese Formel hätten wir aber auch direkt aus (6.22) unter Anwendung der *crossing*-Relation  $s \rightarrow s_2$  und Multiplikation mit  $-1$  wegen der Überkreuzung einer Fermionlinie erhalten können. Manchmal ist es aber vorteilhaft, einzelne Helizitätsamplituden zur Hand zu haben.