

1 *Überblick und Hilfsmittel*

Christoph Berger

Einführung

Im ersten Kapitel dieses Buches werden sehr unterschiedliche Themen besprochen. Während im ersten Abschnitt grundsätzliche Betrachtungsweisen der Teilchenphysik erläutert werden, gibt der zweite Abschnitt einen Überblick über die derzeit bekannten Teilchen und Kräfte. Da die Ergebnisse der Experimente zum ganz überwiegenden Teil in Form von Wirkungsquerschnitten und Zerfallsraten angegeben werden, ist einer Diskussion dieser beiden Begriffe ein weiterer Abschnitt gewidmet. Die letzten beiden Abschnitte behandeln dann die für die Teilchenphysik spezifischen experimentellen Hilfsmittel, nämlich die Beschleuniger und die Detektoren.

1.1 Strukturen der Materie

1.1.1 Vorbereitung der Bühne

Das eigentliche Ziel physikalischer Forschung ist die Aufstellung einer Theorie der Materie. Wenn wir auch nicht wissen, wie weit wir von unserem Ziel entfernt sind, bleibt doch der „Traum von der endgültigen Theorie“ [?] eine starke Motivation für intensive experimentelle und theoretische Anstrengungen in der modernen Teilchenphysik. Historisch hat sich in diesem Zusammenhang als ein besonders mächtiges Prinzip die „atomare Hypothese“ durchgesetzt.

C. Berger, Prof. Dr.

I. Physikalisches Institut, RWTH Aachen, 52056 Aachen, Deutschland. E-mail: berger@rwth-aachen.de

Nach Feynman ist das Prinzip vom Aufbau der Materie aus einzelnen Bausteinen sogar die wichtigste wissenschaftliche Erkenntnis überhaupt [?]. Der Erfolg war keineswegs *a priori* klar, hatte doch gerade im engeren Bereich der Atomphysik die genannte Idee große Schwierigkeiten, endgültig anerkannt zu werden. Wir wissen zwar, dass schon die griechische Naturphilosophie (Demokrit) die Überlegung äußerte, die materielle Welt sei aus winzigen, unteilbaren Bausteinen, den „Atomen“, zusammengesetzt. Aber noch gegen Ende des 19. Jahrhunderts standen besonders im deutschen Sprachraum manche prominente Forscher (z. B. E. Mach¹) dem atomistischen Weltbild sehr skeptisch gegenüber.

Im Laufe der Entwicklung der Teilchenphysik geriet die atomare Hypothese in den 1960er Jahren in eine ernste Krise. Heute erscheinen alle Zweifel an der Gültigkeit des Atomismus im Mikrokosmos beseitigt. Wir können sogar die Blickrichtung umkehren und die Verteilung der Materie in großen Abständen studieren. Das Betrachten des Sternenhimmels und der Galaxien überzeugt uns unmittelbar, dass auch auf großen Skalen die Materie nicht kontinuierlich verteilt ist. Etwas salopp lässt sich also sagen, dass von den größten bis zu den kleinsten Abständen Materie in Klumpen auftritt.

Im Rahmen der Teilchenphysik untersucht man die kleinsten Strukturen. Im sog. Standardmodell beschreiben wir heute den Aufbau der Materie aus einfachen, sehr kleinen ($< 10^{-18}$ m) Konstituenten, den eigentlichen Elementarteilchen. Wir bezeichnen diese Konstituenten als „punktförmig“ und kommen damit Euklids ursprünglicher Definition „Ein Punkt ist, was keine Teile hat“ sehr nahe [?].

Es gibt zwei Klassen von Konstituenten:

1. Die Leptonen. Der bekannteste Vertreter dieser Klasse von Teilchen ist das Elektron, e^- .
2. Die Quarks². Die beiden wichtigsten Vertreter sind das *u*- (*up*) und das *d*- (*down*) Quark.

Diese Konstituenten üben aufgrund verschiedener Wechselwirkungen Kräfte aufeinander aus. Die Kräfte können zu Bindungen führen. Wir kennen zur Zeit vier Arten von Wechselwirkungen zwischen den Elementarteilchen:

1. Die starke Wechselwirkung. Sie ist für eine neuartige Kraft kurzer Reichweite zwischen den Quarks verantwortlich.
2. Die schwache Wechselwirkung wirkt auf Leptonen und Quarks bei extrem kleinen Abständen. Die Radioaktivität der Kerne wird durch sie erklärt.

¹ Ernst Mach (1838–1916) war ein berühmter und einflussreicher österreichischer Physiker und Philosoph.

² Der im Deutschen an Weichkäse erinnernde Name Quark wurde von dem amerikanischen Physiker Murray Gell-Mann (geb. 1929) geprägt und der Überlieferung zufolge aus dem Buch „Finnegans Wake“ von James Joyce entnommen. Gell-Mann erhielt 1969 den Nobelpreis für seine Arbeiten zum Quarkmodell.

3. Die elektromagnetische Wechselwirkung beschreibt nicht nur die langreichweitige Kraft zwischen elektrisch geladenen Teilchen sondern auch die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen.
4. Die Gravitation. Das ist die Kraft langer Reichweite, die zwei Körper ausschließlich aufgrund ihrer Masse aufeinander ausüben. Im Bereich der Wechselwirkung einzelner Teilchen kann sie vollständig vernachlässigt werden.

Die Erklärung aller Naturerscheinungen durch möglichst wenige fundamentale Wechselwirkungen gehört zum Wesen der modernen Physik. Newton erklärte den Wurf eines Steines (oder, wenn Sie wollen, den berühmten Fall eines Apfels vom Baum) und die Planetenbewegung als Spezialfälle seines allgemeinen Gravitationsgesetzes. Elektrizität und Magnetismus wurden durch Maxwell zum Elektromagnetismus zusammengefasst. In jüngerer Zeit gelang die Erklärung der Radioaktivität und der elektromagnetischen Erscheinungen in einer vereinheitlichten Theorie der elektroschwachen Wechselwirkung.

Aus praktischen und manchmal auch aus pädagogischen Gründen werden wir aber in diesem Buch elektromagnetische und schwache Kräfte weitgehend getrennt diskutieren. Es ist zur Zeit noch offen, ob es jemals gelingt, alle fundamentalen Wechselwirkungen zu vereinheitlichen. Die Zusammenfassung der starken mit der elektroschwachen Wechselwirkungen in den sog. *grand unified theories* (GUTs) war nicht wirklich erfolgreich. Die Behandlung der Gravitation in einem solchen Schema erscheint trotz enormer theoretischer Anstrengungen nahezu hoffnungslos.

Der Anfänger wird vielleicht nur von der Gravitation und der elektrischen Kraft eine genauere Vorstellung haben. „Schwach“ und „stark“ sind zunächst nur Namen. Die Natur dieser Wechselwirkungen wird im weiteren Verlauf des Buches ausführlich diskutiert werden. Es soll aber jetzt schon der wichtigste Unterschied zwischen Leptonen und Quarks bezüglich ihrer Wechselwirkungen festgehalten werden: Leptonen nehmen *nicht* an der starken Wechselwirkung teil.

Im Alltagsleben und in der Technik sind eine Vielzahl weiterer Kräfte (Federkraft, Reibung, Adhäsion, Kernkraft usw.) bekannt. Diese lassen sich jedoch auf eine der genannten Wechselwirkungen zurückführen. So sind z. B. die für die Reibung verantwortlichen Anziehungskräfte zwischen elektrisch neutralen Molekülen elektromagnetischen Ursprungs. Ebenso sind wir überzeugt, dass die technisch sehr wichtige Kernkraft, d. h. die Kraft, welche die Nukleonen Proton (p) und Neutron (n) zu größeren Kernen bindet, sich auf die elementare starke Wechselwirkung zwischen den Quarks zurückführen lässt.

Abbildung 1.1 zeigt einen Längenmaßstab, der von 10^{-20} m bis zu 10^{26} m reicht. Gleichzeitig sind ungefähre Dimensionen (Abstände, Durchmesser) für typische Strukturen der Materie angegeben. Die eigentliche Teilchenphysik beschreibt nur die untersten fünf Dekaden dieser Skala, jedoch ist in den letzten Jahren das Verständnis für den inneren Zusammenhang der Physik außerordentlich gewachsen.

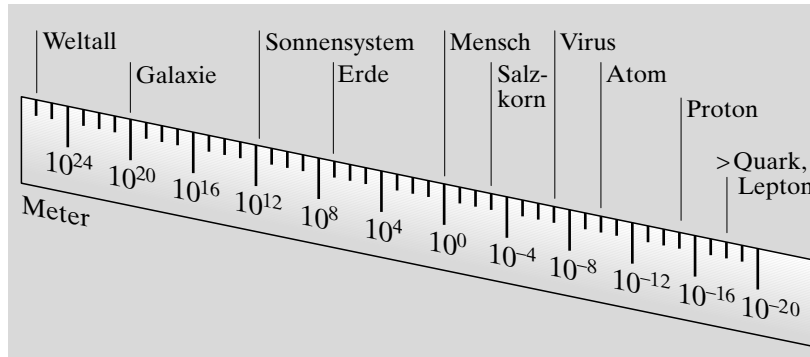


Abb. 1.1 Strukturen der Materie und ihre Abmessungen in Metern

Atomphysik, Kernphysik und Teilchenphysik untersuchen den Mikrokosmos, während der Makrokosmos außerhalb unserer Erde durch Astronomie und Astrophysik erforscht wird. Fortschritte in der Astronomie und Astrophysik waren aber schon immer eng an neue Erkenntnisse der Mikrophysik geknüpft. Es seien drei Beispiele genannt:

- Die Theorie der Spektrallinien in der Atomphysik eröffnete den Weg zum Verständnis der Sternspektren und damit der Sternatmosphären.
- Mit Hilfe der Kernphysik ließ sich die Energieerzeugung im Sterninnern verstehen. Dies führte letztlich zu unserer heutigen Theorie der Sternentstehung.
- Im derzeit akzeptierten Modell der Kosmologie ist die Welt aus einem Urknall, dem *big bang* entstanden. Die zeitliche Entwicklung der Ausdehnung und Abkühlung des Weltalls nach dem Urknall hängt von der Zahl der elementaren Teilchen und Felder ab.
- Eines der großen Rätsel der Kosmologie ist das Problem der „dunklen Materie“. Hier handelt es sich um die Tatsache, dass die in den Sternen sichtbare Masse weniger als 1 % der Masse des Weltalls beträgt [?, PDG12, Sch07]. Alle Versuche, neuartige Teilchen im Labor herzustellen, die dieses Phänomen erklären könnten, sind bisher ohne Erfolg geblieben.

Die Beispiele sind aus der Atomphysik, Kernphysik und Teilchenphysik gewählt. Es ist ersichtlich, dass die Teilchenphysik besonders wichtig ist für die Kosmologie, d. h. für die Beschreibung der Dynamik des Weltalls im Großen. In den Labors der Hochenergiephysik kann man im Kleinen die Verhältnisse kurz nach dem Urknall untersuchen. Mit den größten Teilchenbeschleunigern lassen sich Reaktionen erzeugen, wie sie etwa 10^{-10} bis 10^{-9} s nach dem Urknall stattgefunden haben. Auf der anderen Seite erforschen die Astrophysiker mit ihren leistungsfähigsten Instrumenten die Relikte des Urknalls. Dieser Blick ins Weltall ist daher zugleich ein Blick in das Innere der Materie.

Ein großer Teil dieses Buches befasst sich mit dem Standardmodell der Teilchenphysik. Nach unserem heutigen Wissen wird das gesamte Erfahrungs-

material der subnuklearen Physik durch diese Theorie mit erstaunlicher Präzision beschrieben. Da Kernphysik und Atomphysik auf dem Standardmodell aufbauen, spielt es eine überragende Rolle in der Erklärung unserer Welt. Zu diesem Modell gehört eine endliche Zahl (etwa 20) nicht weiter gedeuteter Parameter, z. B. die Elementarladung oder die Elektronenmasse. Vielleicht stehen wir am Beginn einer völlig neuen Ära der Physik, in der wir endlich die Frage nach der Größe dieser Parameter beantworten können. Warum hat die Elementarladung den Wert $1,6 \cdot 10^{-19}$ As, warum ist sie nicht z. B. 10 % kleiner? Warum gibt es sechs Leptonen und viele weitere grundlegende Fragen dieser Art³.

Wir hoffen, dass aus dem Zusammenwirken aller Teilgebiete der Physik eines Tages eine Theorie der Materie entsteht, die nicht nur die Natur so erklärt, wie wir sie jetzt vorfinden, sondern auch zeigt, warum alles gerade so und nicht anders ist. Bei der Verfolgung dieser Probleme stößt man auf die erstaunliche Erkenntnis, dass Abänderungen der Naturkonstanten in der Größenordnung von wenigen Prozent die Entstehung von Leben und damit das Erkennen der Naturgesetze unmöglich machen würden. Als Platzhalter für zukünftige dynamische Erklärungen kann man somit das „anthropische Prinzip“ ansehen, das wir hier in einer abgeschwächten Form wiedergeben wollen [?]:

„Die möglichen Werte physikalischer Größen sind nicht völlig frei, sondern durch die Bedingung eingeschränkt, dass sie einer Beobachtung durch uns zugänglich sein müssen.“

1.1.2 Relativistische Invarianten

Die relativistische Gesamtenergie E eines freien Teilchens ist die Summe aus kinetischer Energie und Ruheenergie. Sie wird mit dem Impuls \mathbf{p} zu einem Vierervektor zusammengefasst, dessen Komponenten p^μ durch

$$(p^0, p^1, p^2, p^3) = (E/c, p_x, p_y, p_z) \quad (1.1)$$

festgelegt sind. Vierervektoren werden oft in einem Spaltenschema

$$p \equiv (p^\mu) = \begin{pmatrix} E/c \\ \mathbf{p} \end{pmatrix} \quad \mu = 0, 1, 2, 3 \quad (1.2)$$

angegeben. Das Skalarprodukt von zwei Vierervektoren a, b ist über

³ Ich muss hier einräumen, dass diese Hoffnung schon im Vorläufer dieses Buches vor ca. 30 Jahren ausgedrückt wurde. In der Zwischenzeit hat es praktisch keinen Fortschritt in der Beantwortung dieser fundamentalen Fragen gegeben

$$a \cdot b = a^0 b^0 - \mathbf{a} \mathbf{b} \quad (1.3)$$

definiert. Skalarprodukte sind besonders wichtig, da sie vom Koordinatensystem unabhängig sind. Etwas präziser heißt das für die gewohnten Vektoren des Euklidischen Raumes, dass Skalarprodukte in allen Koordinatensystemen, die durch Drehungen und Verschiebungen ineinander überführt werden können, den gleichen Wert haben. Im Fall der Vierervektoren sind diese Skalarprodukte invariant gegenüber (allgemeinen) Lorentz-Transformationen, man nennt sie auch relativistische Invarianten (mehr darüber in Abschn. ??). Diese Invarianten sind außerordentlich nützlich. Sie erlauben den Wechsel zwischen verschiedenen Bezugssystemen ohne Kenntnis der expliziten Form der Lorentz Transformation.

Für das Skalarprodukt $p^2 \equiv p \cdot p$, das wir als Quadrat des Viererimpulses bezeichnen, ergibt sich

$$p^2 = \frac{E^2}{c^2} - \mathbf{p}^2. \quad (1.4)$$

Es lohnt sich, hier noch einige Betrachtungen anzuschließen. Mit der Abkürzung

$$\beta = \frac{|\mathbf{p}|c}{E} \quad (1.5)$$

wird (1.4) in

$$E^2(1 - \beta^2) = p^2 c^2 \quad (1.6)$$

umgeformt. Die rechte Seite dieser Gleichung ist aber bis auf eine Konstante nichts anderes als die Masse m des Teilchens, $p^2 c^2 = m^2 c^4$. Dass diese Zuordnung richtig ist, sehen wir durch Entwicklung der aus (1.6) folgenden Gleichung

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (1.7)$$

in eine Reihe nach β ,

$$E = mc^2 + \frac{1}{2}mc^2\beta^2 + \dots \quad (1.8)$$

Für $\beta = 0$ enthält diese Gleichung zunächst einmal Einsteins berühmte Formel für die Ruheenergie eines Teilchens

$$E_0 = mc^2 \quad . \quad (1.9)$$

Der zweite Term in (1.8) gibt den richtigen Wert für die nichtrelativistische kinetische Energie, $E_{kin} = m \mathbf{v}^2/2$ (\mathbf{v} ist die Geschwindigkeit des Teilchens), falls β mit $|\mathbf{v}|/c$ identifiziert wird. Aus (1.7) und (1.5) folgen nun mit $\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$ die sehr nützlichen Beziehungen für relativistische Energien und Impulse

$$E = m\gamma c^2 \quad , \quad |\mathbf{p}| = m\beta\gamma c \quad (1.10)$$

und

$$E^2 - \mathbf{p}^2 c^2 = m^2 c^4 \quad . \quad (1.11)$$

Wir halten fest: Energie und Impuls eines Teilchens hängen vom Bezugssystem ab, die Masse ist eine relativistische Invariante! Leider sind die Lehrbücher immer noch voll von irreführenden Begriffen wie Ruhemasse, bewegte Masse usw.

Zur Ausmessung der Abstände im atomaren und subatomaren Bereich kann man sich einer Abwandlung des klassischen Rutherford'schen Streuexperiments bedienen, der Elektronenstreuung (Abb. 1.2). Ein Elektronenstrahl mit dem Impuls \mathbf{p} werde z. B. an einem Atomkern oder einem Proton gestreut. Die Ablenkung der gestreuten Elektronen kann man durch Δp_x ausdrücken. Die transversale Auflösung Δx ist dann durch die Heisenbergsche Unschärferelation

$$\Delta p_x \Delta x \geq \hbar \quad (1.12)$$

gegeben, die wir in die Abschätzung

$$\Delta p_x \Delta x \approx \hbar \quad (1.13)$$

umwandeln.⁴ Anstelle des genauen Zahlenwerts von

$$\hbar c = 197,33 \text{ MeV fm} \quad (1.14)$$

⁴ Werner Heisenberg (1901–1976) fand dieses Grundgesetz der Quantenmechanik mit 26 Jahren! Er wurde schon 1932 mit dem Nobelpreis ausgezeichnet.

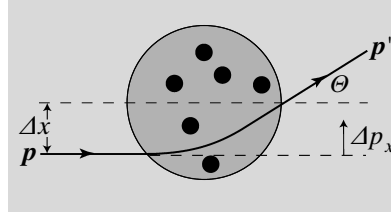


Abb. 1.2 Prinzipbild eines Elektronen-Streuexperimentes

(c steht für die Lichtgeschwindigkeit) reicht für viele Zwecke die Näherung $\hbar c \approx 200 \text{ MeV fm}$, wobei fm die Abkürzung für die Maßeinheit Femtometer, also 10^{-15} m , und MeV die Abkürzung für Mega-Elektronenvolt ist.⁵

Für Kerne mit dem Radius $R \approx 10^{-14} \text{ m}$ ergibt sich $\Delta p_x = 20 \text{ MeV}/c$. Also muss der Impuls der einfallenden Elektronen mindestens gleich groß sein. Um die Energie der Elektronen zu erhalten, müssen wir relativistisch rechnen, da ja $|\mathbf{p}| c$ viel größer als die Ruheenergie ($m c^2 = 0,511 \text{ MeV}$) der Elektronen ist.

Nun aber zurück zu unserem Beispiel. Mit $|\mathbf{p}| = 20 \text{ MeV}/c$ gilt $\mathbf{p}^2 \gg m^2 c^2$, wir erhalten also $E = 20 \text{ MeV}$. Wir können versuchen, dieses Ergebnis noch etwas sorgfältiger zu begründen. Dazu betrachten wir den Viererimpuls-Übertrag, d. h. also die Differenz der ein- und auslaufenden Viererimpulse, $q^\mu = p^\mu - p'^\mu$. Das Quadrat dieses Vektors ist wieder eine relativistische Invariante und lässt sich aus

$$q^2 = \frac{(E - E')^2}{c^2} - (\mathbf{p} - \mathbf{p}')^2 \quad (1.15)$$

berechnen. Im Beispiel ist die Rückstoßenergie auf den Kern sehr klein, wir setzen also $E = E'$ und $|\mathbf{p}| = |\mathbf{p}'|$, woraus

$$q^2 = -2\mathbf{p}^2(1 - \cos \Theta) \quad (1.16)$$

folgt. Nun können wir für nicht zu große Winkel, sagen wir $\Theta < 30^\circ$, den Kosinus durch die beiden ersten Terme einer Reihenentwicklung ersetzen und erhalten die Näherung

$$\sqrt{-q^2} \approx |\mathbf{p}| \Theta \approx \Delta p_x \quad (1.17)$$

⁵ Wir erinnern uns: Ein Elektron gewinnt beim Durchlaufen einer Spannung von 1 Volt die kinetische Energie 1 eV, das sind $1,602 \cdot 10^{-19} \text{ Js}$ im internationalen Einheitensystem (SI). In manchen Büchern wird 1 fm noch als Fermi bezeichnet. Physiker ehren ihre Heroen oft durch Namensgebung von Maßeinheiten. Im Falle des italienischen Physikers Enrico Fermi (1901–1954) war dies naheliegenderweise die Längeneinheit der Kernphysik. Fermi erhielt 1938 den Nobelpreis für seine Arbeiten zur Kernphysik.

Tabelle 1.1 Radien und Energien

	R	E
Kerne	10^{-14} m	20 MeV
Nukleonen	10^{-15} m	200 MeV
Quarks im Nukleon	$< 10^{-16}$ m	> 2 GeV
Quarks	$< 10^{-18}$ m	> 200 GeV

Die daraus folgende Abschätzung $\Delta x \approx \hbar/\sqrt{-q^2}$ für die Ortsauflösung eines Elektronen-Streuexperiments gilt aber viel allgemeiner. Sie bleibt auch gültig, wenn man die Rückstoßenergie nicht mehr vernachlässigen kann, ebenso in inelastischen Stößen, bei denen das untersuchte Objekt auseinander brechen kann [?]. Die Ortsauflösung eines Elektronen-Streuexperiments wird also in Zukunft unabhängig von den Näherungen der Herleitung durch $\hbar/\sqrt{-q^2}$ berechnet und mit R (für den Radius) oder ΔR bezeichnet, obwohl streng genommen noch ein Unterschied zwischen longitudinaler und transversaler Auflösung besteht.

Für eine Abschätzung der Ortsauflösung unseres Experiments benutzen wir $|q^2| \approx \mathbf{p}^2$. In der Hochenergie-Näherung, die für $E = 20$ MeV schon sehr gut anwendbar ist, werden alle Masseneffekte vernachlässigt, also gilt $|\mathbf{p}| = E/c$. Wir erhalten damit $E \approx \hbar c/R$ für die minimale Energie der einfallenden Elektronen in einem Streuexperiment an ruhenden Teilchen, wenn wir Strukturen der Größenordnung R auflösen wollen. In Tabelle 1.1 sind typische Zahlenwerte angegeben. In der Tat wurde die Existenz von Quarks im Nukleon mit einem Elektronen-Streuexperiment am *Stanford Linear Accelerator Center* (SLAC) nachgewiesen. Bei diesen Energien kann man die Rückstoßenergie allerdings in keinem Fall mehr außer Acht lassen und E (dritte und vierte Zeile der Tabelle) muss daher als Elektronenenergie im Schwerpunktsystem der Reaktion interpretiert werden. Der Beschleuniger am SLAC hatte eine Energie von 20 GeV und damit ließ sich die erforderliche Energie im Schwerpunktsystem erzielen. Die für den Beweis benötigten Formeln werden wir erst am Ende dieses Abschnitts erarbeiten. Man sieht aber auf jeden Fall, dass man zur Erzielung einer hohen Ortsauflösung große Energien benötigt.

Vielleicht kommt manchem Leser die Begründung des Zusammenhangs zwischen Ortsauflösung und Energie etwas langatmig vor. Häufig findet man das Argument, dass die Auflösung eines Mikroskops im wesentlichen durch die Wellenlänge des verwendeten Lichts gegeben ist, und für Materiewellen gilt eben $\lambda = \hbar/|\mathbf{p}|$. Leider ist dieses simple Argument nicht anwendbar [?], da es die von der Relativitätstheorie geforderte Längenkontraktion des untersuchten Objektes nicht berücksichtigt. Die Abschätzung der transversalen Auflösung aus $\Delta x \approx \hbar/\Delta p_x$ bleibt aber immer richtig.

Beispiel 1.1

Als Beispiel für den Umgang mit Vierervektoren leiten wir jetzt noch eine häufig gebrauchte Formel zur Berechnung von q^2 im Fall der Elektronenstreuung her. Aus $q^2 = p^2 + p'^2 - 2 p \cdot p'$ erhalten wir

$$q^2 = 2m^2 c^2 - \frac{2EE'}{c^2} + 2|\mathbf{p}||\mathbf{p}'| \cos \Theta . \quad (1.18)$$

Jetzt verwenden wir wieder die Hochenergie-Näherung, d. h. die Beträge der Impulse werden durch die Energien (geteilt durch die Lichtgeschwindigkeit) ersetzt. Schon bei ganz kleinen Streuwinkeln Θ können wir den ersten Summanden vernachlässigen und erhalten daher das Resultat

$$q^2 c^2 = -2EE'(1 - \cos \Theta) . \quad (1.19)$$

Diese Gleichung kann in jedem Bezugssystem ausgewertet werden. Im Schwerpunktsystem einer elastischen Streuung von 2 Teilchen reduziert sie sich auf $q^2 c^2 = -2 E^2(1 - \cos \Theta)$ bzw. $q^2 = -2 \mathbf{p}^2(1 - \cos \Theta)$. Elastische Streureaktionen sind nämlich dadurch gekennzeichnet, dass keine Teilchenumwandlung oder -produktion stattfindet, und daher gilt $|\mathbf{p}| = |\mathbf{p}'|$ im Schwerpunktsystem.

Auch mit einer anderen Überlegung stößt man wieder auf den reziproken Zusammenhang von Abstand und Energie. Betrachten wir die elektromagnetische Wechselwirkung, z. B. bei der Elektron-Proton-Streuung. Für langsam bewegte Teilchen kann man sie durch Angabe der elektrostatischen Kraft aufgrund des elektrischen Feldes zwischen Proton und Elektron beschreiben. Die elektrische Feldstärke bestimmt sich aus dem Potential φ . Im cgs-System, das in der Atomphysik häufig gebraucht wurde, ist das Potential im Abstand r von einer positiven Punktladung e durch

$$\varphi = \frac{e}{r} \quad (1.20)$$

gegeben und genügt außerhalb des Ursprungs der Potentialgleichung

$$\Delta \varphi = 0 , \quad (1.21)$$

wobei Δ der wohl bekannte Laplacesche Differentialoperator ist.⁶ Für schnell bewegte Ladungen muss diese statische Potentialgleichung durch die Wellengleichung ersetzt werden. Diese lautet im Vakuum

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \varphi = 0 \quad . \quad (1.22)$$

Eine mögliche Lösung ist

$$\varphi = \varphi_0 e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} \quad , \quad (1.23)$$

wobei die Wellenzahl $|\mathbf{k}|$ und die Kreisfrequenz ω mit der Wellenlänge λ und der Frequenz ν der Welle durch die vertrauten Beziehungen

$$|\mathbf{k}| = \frac{2\pi}{\lambda} \quad , \quad \omega = 2\pi\nu \quad (1.24)$$

verknüpft sind. Es ist wohl-bekannt, dass (1.22) elektromagnetische Wellen nicht vollständig beschreibt, da sie den Magnetismus nicht enthält. In der Elektrodynamik wird gezeigt, dass man dazu die Gleichung (1.22) durch ihre vierdimensionale Verallgemeinerung ersetzen muss. Unter Zuhilfenahme des Vektorpotentials \mathbf{A} des magnetischen Feldes definiert man zunächst das Viererpotential A^μ

$$(A^\mu) = \begin{pmatrix} \varphi \\ \mathbf{A} \end{pmatrix} \quad . \quad (1.25)$$

Für dieses Potential gilt nun im Vakuum die Potentialgleichung

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) A^\mu = 0 \quad . \quad (1.26)$$

Als ebene Wellenlösung bekommt man im Rahmen der sog. Coulomb-Eichung

$$\varphi = 0 \quad \text{und} \quad \mathbf{A} = \mathbf{A}_0 e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} \quad . \quad (1.27)$$

Einsetzen in (1.26) zeigt, dass diese Lösungen der Bedingung

$$-\mathbf{k}^2 + \frac{\omega^2}{c^2} = 0 \quad , \quad (1.28)$$

⁶ Eventuell müssen Sie diese Zusammenhänge nochmal in einem Lehrbuch der Elektrodynamik (z. B. [?]) nachlesen.

d. h. $c = \nu \lambda$ genügen.

In der Quantenfeldtheorie (QFT) wird bewiesen, dass diesen klassischen Lösungen Quanten des elektromagnetischen Feldes – die sog. Photonen – mit im Prinzip drei Polarisationsrichtungen zugeordnet werden können. Die elektromagnetische Wechselwirkung wird quantentheoretisch durch den Austausch dieser Photonen zwischen elektrisch geladenen Teilchen beschrieben.⁷ In unserer vereinfachten Betrachtungsweise quantisieren wir durch die bekannte Zuordnung

$$E = \hbar\omega \quad \text{und} \quad \mathbf{p} = \hbar\mathbf{k} . \quad (1.29)$$

Durch Einsetzen in (1.28) und Vergleich mit (1.11) folgt dann sofort für die Masse der Photonen $m_\gamma = 0$. Dem $1/r$ Gesetz des Coulombpotentials entspricht also die verschwindende Masse der ausgetauschten Feldquanten.

Wenden wir uns nun der Kernkraft zu. Sie lässt sich empirisch für viele Anwendungen gut durch das sog. Yukawa-Potential

$$\phi = -\frac{g_Y}{r} e^{-r/R} \quad (1.30)$$

beschreiben.⁸ Wir bezeichnen g_Y als Yukawa-Kopplungskonstante. Sie bestimmt die Stärke der Kernkraft. Im gleichen Sinne ist dann die Elementarladung e in (1.20) die Kopplungskonstante der elektromagnetischen Wechselwirkung. Das Vorzeichen des Potentials (1.30) ist so gewählt, dass die potentielle Energie $g_Y \phi$ zweier Nukleonen negativ wird, was einer anziehenden Kraft entspricht. Verglichen mit dem Coulomb-Potential (1.20) fällt das Yukawa-Potential sehr viel stärker ab, die Reichweite der Kernkraft ist sehr kurz! Der Abschneideparameter R in der Exponentialfunktion gibt die Reichweite der Wechselwirkung an, $R \approx 2$ fm.

Das Potential ϕ der Beziehung (1.30) ist eine Lösung der Potentialgleichung

$$\left(\Delta - \frac{1}{R^2} \right) \phi = 0 , \quad (1.31)$$

wie sich durch Einsetzen sofort beweisen lässt. Ganz entsprechend zum Vorgehen weiter oben schließen wir nun, dass die Wellengleichung für das ein-komponentige Kernkraftpotential

⁷ Diese Interpretation der Kraft oder der Wechselwirkung bedeutet gedanklich einen ungeheuren Schritt. Wie man es auch dreht und wendet: erst in der Quantenfeldtheorie gewinnt der immer etwas nebulöse Kraftbegriff der klassischen Physik eine präzise Bedeutung.

⁸ Der japanische Physiker Hideki Yukawa (1907–1981) postulierte 1935 die Existenz von Quanten der Kernkraft mit einer Masse von etwa 100 MeV. Er erhielt 1949 für diese Leistung den Nobelpreis.

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{1}{R^2} \right) \phi = 0 \quad (1.32)$$

lautet. Auch hier prüft man durch Einsetzen leicht nach, dass

$$\phi = \phi_0 e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} \quad (1.33)$$

eine Lösung der Wellengleichung mit der Nebenbedingung

$$-\mathbf{k}^2 + \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{1}{R^2} = 0 \quad (1.34)$$

ist. Durch Vergleich mit (1.11) folgt dann aber unter Verwendung von (1.29) eine wichtige Beziehung für die Masse m_K der Kernkraftquanten

$$m_K = \frac{\hbar}{Rc} . \quad (1.35)$$

Der oben angegebene Wert von 2 fm für R ergibt $m_K \approx 100 \text{ MeV}/c^2$.

Die hiermit eingeführten Quanten der Kernkraft wurden tatsächlich gefunden, es sind die sog. π -Mesonen oder Pionen, wenn sie auch nicht in allen Eigenschaften mit den Yukawa-Teilchen übereinstimmen. Die Entdeckung der geladenen und ungeladenen Pionen erfolgte nicht in einem einzelnen Experiment. Die hier und in Abschn. 1.7 beschriebenen Versuche werden aber in diesem Zusammenhang als Schlüsselexperimente angesehen.

Schlüsselexperiment

In der Frühzeit der Teilchenphysik bestand eine beliebte Experimentiertechnik darin, sog. Kernemulsions-Platten der kosmischen Strahlung auszusetzen. Schon 1910 hatte man nämlich herausgefunden, dass auch ionisierende Strahlung in photographischen Emulsionen Veränderungen hinterlässt, die entwickelt werden können. In der Folgezeit wurden spezielle Emulsionen für die Zwecke der Kernphysik hergestellt, die es erlaubten, die Spuren geladener Teilchen genau zu vermessen. Eine solche Emulsion hat z. B. eine Dicke von 50 μm , sie ist daher gut angepasst an die Reichweite von Produkten aus Kernreaktionen mit kinetischen Energien von einigen MeV. Spuren, die in der Ebene der Emulsion verlaufen, können über relativ große Abstände verfolgt werden. Bis auf ganz wenige Ausnahmen wird diese Technik aber heute nicht mehr benutzt. 1947 setzten Occhialini und Powell solche Kernemulsions-Platten der kosmischen Strahlung in großer Höhe aus. Sie fanden Spuren, die sie als Abbremsen eines relativ leichten Teilchens und dessen anschließenden

Zerfall interpretierten [?]. Abbildung 1.3, die einer späteren Publikation entnommen ist, zeigt die vollständige Zerfallskette. Das Pion mit der kurzen Spur kommt links oben zur Ruhe. Es zerfällt in ein Myon, das eine relativ lange Spur erzeugt, an deren Ende ein Elektron aus dem Zerfall des Myons identifiziert wird. Wenn auch die Ionisationsdichte der Spuren eine Abschätzung der Masse erlaubte, konnte eine genaue Massenbestimmung der neu entdeckten Teilchen erst an Beschleunigern durchgeführt werden. C.F. Powell erhielt 1950 für seine Beiträge den Nobelpreis für Physik.

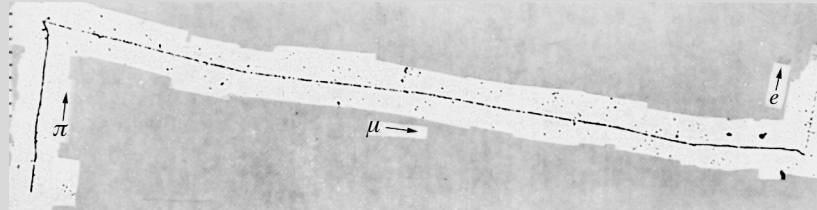


Abb. 1.3 Spuren von Ereignissen aus der kosmischen Strahlung in Kernemulsions-Platten

Verglichen mit der elektromagnetischen Wechselwirkung haben wir etwas fundamental Neues vorliegen: die Quanten der Kernkraft tauchen in 3 unterschiedlichen Ladungszuständen, π^+ , π^0 , π^- , auf! Andererseits hat die Wellengleichung (1.32) nur eine Komponente, die Einführung eines Vektorpotentials ist nicht nötig. Im Teilchenbild bedeutet dies, dass die Pionen Teilchen ohne Eigendrehimpuls (Spin) sind. Demgegenüber haben die durch das Vektorpotential (1.27) beschriebenen Photonen die Spin-Quantenzahl 1.

Vertiefung

Es ist interessant, den Wert von g_Y zu bestimmen. Dies kann durch Lösung der quantenmechanischen Schrödinger-Gleichung für das Deuteron unter Verwendung des Potentials (1.30) geschehen. Das Deuteron (der Kern des Deuteriums) besteht aus einem Proton und einem Neutron. In der Rechnung wird g_Y so angepasst, dass die Bindungsenergie des Deuterons dem experimentellen Wert von 2,25 MeV entspricht. Anstelle einer expliziten Lösung der Schrödingergleichung benutzt eine stark vereinfachte quantenmechanische Behandlung den Trick, im Energiesatz

$$\frac{p^2}{2m} - \frac{g_Y^2}{r} e^{-r/R} = W \quad (1.36)$$

$|\mathbf{p}|$ mit Hilfe der Unschärferelation zu \hbar/r abzuschätzen. Die Energie W in (1.36) hängt dann nur noch von r ab und hat ein Minimum bei einem bestimmten Abstand von Proton und Neutron. Dieses Minimum entspricht der Bindungsenergie. Es ist eine hübsche Aufgabe der Kurvendiskussion, den Bindungsabstand und die Bindungsenergie zu bestimmen. Moderne mathematische Programme wie MAPLE oder MATHEMATICA erlauben aber auch eine schnelle Lösung des Problems durch Probieren, indem die Funktion $W(r)$ für verschiedene Werte von g_Y aufgetragen wird. So lässt sich mit $R = 2$ fm sehr schnell $g_Y^2 = 0,33 \hbar c$ finden. Es ist dabei noch zu beachten, dass für m die reduzierte Masse des p, n -Systems, also $m = m_p/2$ eingesetzt werden muss, wie es ja schon aus der nichtrelativistischen Mechanik bekannt ist.

Im cgs-System gilt $e^2 = \hbar c/137,05$. Man sieht also sofort, dass g_Y sehr groß verglichen mit e ist. Mehr als eine ganz grobe Abschätzung der Stärke der Kernkraft ist aber aus einer solchen Betrachtung nicht zu gewinnen.

Das Yukawa Potential gilt für Teilchen positiver Parität, die Pionen haben aber negative Parität. Mit der Parität, d. h. dem Verhalten der Wellenfunktion bei Spiegelung der Koordinaten, werden wir uns erst in Abschn. ?? ausführlich beschäftigen. Hier ist im Moment nur wichtig, dass die negative Parität der ausgetauschten Pionen einen Faktor der Ordnung $(m_\pi/m_p)^2$ im Potential der Kernkraft erzwingt, was einen etwa 50 mal größeren Wert von g^2 zur Folge hat. Zusätzlich ist die Kernkraft spinabhängig. Dies ist nicht möglich, wenn nur der Austausch eines spinlosen Teilchens betrachtet wird. Über 50 Jahre Erforschung der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung haben gezeigt, dass eine quantitativ erfolgreiche Beschreibung sehr kompliziert wird.

Wir wissen heute, dass die Pionen keine wirklich elementaren Teilchen sind und dass die Kernkraft aus der fundamentalen starken Wechselwirkung abgeleitet werden kann. Die Quanten der starken Wechselwirkung, die Gluonen, werden wir noch sehr ausführlich diskutieren.

Die Radioaktivität kann weder durch die elektromagnetische noch durch die nukleare Wechselwirkung beschrieben werden. Für sie ist eine neue Naturkraft, die schwache Wechselwirkung, verantwortlich (eine erste Diskussion folgt schon in Abschn. ??). Auch die schwache Wechselwirkung führen wir heute auf den Austausch dazugehöriger Feldquanten (es sind die sog. W^\pm - und Z^0 -Bosonen) zurück. Diese Feldquanten erscheinen also in drei Ladungszuständen (wie die Pionen), es sind aber Spin 1-Teilchen wie die Photonen! Die hohe Masse dieser Teilchen ($\sim 100 \text{ GeV}/c^2$) entspricht der extrem kurzen Reichweite der schwachen Wechselwirkung von etwa $2 \cdot 10^{-18} \text{ m}$.

Gleichung (1.35) stellt den fundamentalen Zusammenhang $R \sim 1/m$ zwischen der Reichweite R einer Wechselwirkung und der Masse m der aus-

getauschten Quanten her. Im Grenzfall gehört zur verschwindenden Masse der Photonen die unendliche Reichweite der elektromagnetischen Wechselwirkung. Für diese Betrachtung ist es unwichtig, ob das Potentialfeld ein Skalarfeld wie bei der Kernkraft oder ein Vektorfeld wie beim Elektromagnetismus und bei der schwachen Wechselwirkung ist. Wenn man also die Kraftquanten kurzreichweitiger Felder im Labor erzeugen will, braucht man hochenergetische Teilchenstrahlen, d. h. Teilchenbeschleuniger.

Im Prinzip ist natürlich die kosmische Strahlung eine billige, immer zur Verfügung stehende Quelle hochenergetischer Teilchen. In der Tat sind auch in der Anfangsphase der Teilchenphysik alle wichtigen Entdeckungen in Experimenten der kosmischen Strahlung gemacht worden. Jedoch wurde mit dem Bau der ersten großen Beschleuniger nach 1945 in den USA die enorme Überlegenheit des Experimentierens mit künstlichen Teilchenstrahlen klar.

Ursprünglich wurden diese Strahlen immer mit ruhender Materie zur Kollision gebracht. Die für die Produktion neuer Teilchen zur Verfügung stehende Energie bestimmt sich aber aus der Gesamtenergie E_{CM} im Schwerpunktsystem (*center of mass system*, „CM“) des Prozesses. Um diese für ein System aus zwei Teilchen zu berechnen, betrachten wir das Quadrat des Vierervektors des Systemimpulses ($p = p_1 + p_2$),

$$p^2 = \frac{(E_1 + E_2)^2}{c^2} - (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)^2 . \quad (1.37)$$

In Anlehnung an (1.11) bezeichnet man $\sqrt{p^2/c^2}$ als die *invariante* Masse des aus den beiden Teilchen gebildeten Systems. Physikalisch gilt offenbar die Identität

$$E_{\text{CM}} \equiv E_{1,\text{CM}} + E_{2,\text{CM}} = c\sqrt{p^2} , \quad (1.38)$$

da natürlich im Schwerpunktsystem die Impulse der beiden Teilchen entgegengesetzt gleich sind und damit der 2. Term auf der rechten Seite von (1.37) verschwindet.

Die Energie im Schwerpunktsystem ist also auch formal eine relativistische Invariante. Gleichung (1.37) lässt sich in jedem System auswerten. Für eine Streuung am ruhenden Zielteilchen (*target*) gilt z. B. $\mathbf{p}_2 = 0$ und $E_2 = m_2 c^2$, also

$$E_{\text{CM}} = \sqrt{2E_1 m_2 c^2 + m_1^2 c^4 + m_2^2 c^4} , \quad (1.39)$$

d. h. die Schwerpunktsenergie steigt nur mit der Wurzel der Strahlenergie an. Alle modernen Beschleuniger benutzen daher das *collider*-Prinzip, bei dem zwei Strahlen hoher Energie miteinander zur Kollision gebracht werden. Im einfachsten Fall laufen hierbei in *einem* Ring Teilchen entgegengesetzt

gleicher Ladung (z. B. Elektronen und Positronen) und mit entgegengesetzt gleichen Impulsen um, die an bestimmten Stellen der Anlage zur Kollision kommen. Hier ist nun wegen $\mathbf{p}_1 = -\mathbf{p}_2$

$$E_{\text{CM}} = 2E_1 \quad , \quad (1.40)$$

also liegt ein linearer Anstieg der Schwerpunktsenergie mit der Strahlenergie vor.

1.1.3 Intermezzo: Schreibweise und Maßsysteme

Die in diesem Buch verwendete Schreibweise haben wir zum großen Teil schon in den vergangenen Abschnitten eingeführt, wir wollen aber der Vollständigkeit halber die wichtigsten Regeln nochmals zusammenstellen. Zahlen oder Veränderliche, z. B. a, b , werden nicht weiter gekennzeichnet, Dreiervektoren erscheinen im Text in Fettschrift wie in \mathbf{p} , für den Betrag schreiben wir $|\mathbf{p}|$. Die Komponenten werden immer durch lateinische Indizes bezeichnet wie in p_i , aber auch durch p_x , usw. Für die Komponenten des Ortsvektors schreiben wir natürlich auch manchmal explizit die Koordinaten x, y, z an. Vierervektoren werden, wo immer möglich, durch ihre Komponenten gekennzeichnet, man erkennt sie an den griechischen Indizes z. B. p^μ . Der Index kann die Werte 0,1,2,3 annehmen. Produkte von Vierervektoren schreiben wir in der Form $k \cdot p$. Ob eine Größe wie q^2 das Betragsquadrat eines Vierervektors oder das Quadrat einer Zahl darstellt, wird aus dem Kontext klar. Operatoren der Quantenmechanik werden an Stellen, wo eine Verwechslungsgefahr besteht, durch das Hut-Symbol wie in \hat{H} identifiziert.

Beim Rechnen mit den Observablen der Teilchenphysik muss man sorgfältig mit den Dimensionen umgehen, die sich i. allg. durch verschiedene Potenzen von c und \hbar voneinander unterscheiden. Um diese Komplikationen zu vermeiden, ist es heute allgemein üblich, nicht mit den gewohnten Einheiten wie Meter, Kilogramm, Sekunde des *International System of Units* (SI) zu arbeiten. Verwendet wird vielmehr ein den Problemen der Teilchenphysik besser angepasstes Maßsystem, in dem

$$\hbar = 1 \quad \text{und} \quad c = 1 \quad (1.41)$$

gesetzt werden. Dies heißt anschaulich, man misst alle Geschwindigkeiten in Bruchteilen der Lichtgeschwindigkeit und alle Wirkungen in Vielfachen von \hbar . Die Geschwindigkeit $v = 150\,000 \text{ km/s}$ wird so zu $v = 1/2$. Wie bequem ein solches Rechnen mit dimensionslosen Zahlen ist, kennt der Leser aus dem Geschwindigkeitsmaß der speziellen Relativitätstheorie, $\beta = v/c$. Energien, Impulse und Massen werden alle dimensionsgleich und i. allg. in der Einheit

GeV angegeben. Die relativistische Energie-Impuls-Beziehung (1.11) liest sich besonders einfach:

$$E^2 = \mathbf{p}^2 + m^2 . \quad (1.42)$$

Längen und Zeiten haben dann beide die Dimension einer reziproken Energie. Zur Umrechnung benutzt man zweckmäßigerweise wegen $\hbar c = 1$

$$197,33 \text{ MeV} = 1 \text{ fm}^{-1} . \quad (1.43)$$

Die Feinstrukturkonstante $\alpha = 1/137,036$ ist in allen Maßsystemen gleich groß. Im cgs-System ist sie durch $\alpha = e^2/\hbar c$ definiert. In der Teilchenphysik bevorzugen wir aber die sog. Heaviside-Konvention, in der

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\hbar c} \quad (1.44)$$

und daher wegen $\hbar c = 1$

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi} \quad (1.45)$$

gilt.⁹ Damit fallen dann lästige Faktoren 4π aus den Gleichungen der Elektrodynamik weg, z.B. schreibt sich die Potentialgleichung in Anwesenheit einer Ladungsdichte ϱ einfach

$$\Delta\varphi = -\varrho . \quad (1.46)$$

Auf jeden Fall ist wegen (1.45) die Ladung dimensionslos. Dies ist ein großes Glück, wenn man etwa an die Dimension der Ladung im cgs-System denkt. Zum praktischen Rechnen ist es besonders günstig, in allen Formeln e durch $\sqrt{4\pi\alpha}$ zu ersetzen. Die Ladungen der Elementarteilchen werden immer als Vielfache oder Bruchteile der absoluten Elementarladung e angegeben und meistens mit dem Buchstaben Q gekennzeichnet. Das Elektron hat also die Ladung $Q = -1$. Q ist eine typische Quantenzahl, die im Bereich der Atom- und Kernphysik ganzzahlige Werte hat.

Die Heaviside-Konvention wird auch für die Diskussion der anderen Wechselwirkungen verwendet. Eine Wiederholung der Rechnung im Kasten in Ab-

⁹ Das nach dem englischen Physiker Oliver Heaviside (1850–1925) benannte Einheitensystem der Elektrodynamik unterscheidet sich vom cgs-System nur durch bestimmte Faktoren 4π .

schon. ?? ergibt also $g_Y^2/4\pi = 0,33$ für die Yukawa-Beschreibung der Kernkraft.

Vertiefung

Hier ist eine gute Gelegenheit, noch einige wichtige Beziehungen der relativistischen Kinematik abzuleiten und dabei gleichzeitig den Vorteil von Formeln ohne Dimensionsunterschied zwischen Energien, Impulsen und Massen zu sehen. Es ist ja gerade klar geworden, dass die Schwerpunktsenergie E_{CM} eine relativistische Invariante ist. Man bezeichnet ihr Quadrat normalerweise mit s . Aus (1.37) berechnen wir für ein System von zwei Teilchen

$$s = m_1^2 + m_2^2 + 2\mathbf{p}^2 + 2\sqrt{(\mathbf{p}^2 + m_1^2)(\mathbf{p}^2 + m_2^2)} \quad , \quad (1.47)$$

worin \mathbf{p} der Impuls eines der beiden Teilchen im Schwerpunktsystem ist. Zur Herleitung wird zunächst die im Schwerpunktsystem gültige Beziehung $\mathbf{p}_1 = -\mathbf{p}_2$ beachtet, und anschließend werden die Energien mit Hilfe von (1.11) durch Impulse und Massen ausgedrückt. Aus (1.47) gewinnen wir die sehr nützliche Beziehung für $|\mathbf{p}| = |\mathbf{p}_1| = |\mathbf{p}_2|$

$$|\mathbf{p}| = \frac{S_{12}}{2\sqrt{s}} \quad (1.48)$$

mit der Abkürzung

$$S_{12} = \sqrt{(s - (m_1 + m_2)^2)(s - (m_1 - m_2)^2)} \quad . \quad (1.49)$$

Die relativistische Invariante S_{12} hängt ersichtlich nur von s und den Teilchenmassen ab. Daher sind auch die Impulse im Schwerpunktsystem einer Zwei-Körper-Reaktion nur durch die Schwerpunktsenergie und die Teilchenmassen bestimmt. Für den Zerfall eines Teilchens der Masse M in zwei leichtere Teilchen mit Massen m_1 und m_2 gilt $\sqrt{s} = M$ und (1.48) ist dann offenbar auch der relativistisch korrekte Ausdruck zur Berechnung der Impulse der Zerfallsteilchen im Ruhesystem des Mutterteilchens.

Übungen

- 1.1 Berechnen Sie die Gesamtenergie, kinetische Energie und die Geschwindigkeit eines Protons für Impulse zwischen 100 MeV und 10 GeV in Form einer Grafik.

- 1.2 Berechnen Sie den Wert der Kopplungskonstanten g_Y nach dem im Kasten in Abschn. ?? vorgeschlagenen Verfahren.
- 1.3 Drücken Sie die Gravitationskonstante $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ in Einheiten von „GeV“ aus. Man bezeichnet $\sqrt{G^{-1}}$ als Planck-Masse. Wie groß ist diese?
- 1.4 Bei der Zerstrahlung von Elektron-Positron-Paaren befinden sich diese in einem Zustand mit der Drehimpulsquantenzahl $J = 1$. Gewinnen Sie eine Beziehung zwischen dem Abstand der beiden Teilchen und ihrer Energie im Schwerpunktssystem der Reaktion. Berechnen Sie die Energiedichte des Prozesses.
- 1.5 Die seit dem Urknall vergangene Zeit kann in einem strahlungsdominierten Universum durch

$$t_0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3c^2}{8\pi G \varrho}} \quad (1.50)$$

berechnet werden [?], wobei ϱ die Energiedichte ist. Welchem t_0 entspricht die Elektron-Positron-Paarvernichtung bei Strahlenergien von 50 GeV?