

### 2.7.4 Interferenz von Punktquellen

**2 Quellen:** Der Abb. 8 entnehmen wir die Phasendifferenz in  $P$

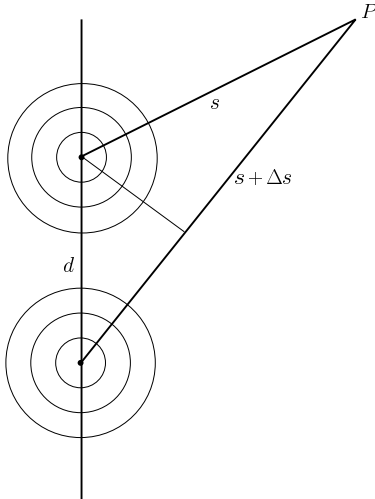


Abbildung 8: Überlagerung der Wellen zweier Punktquellen im Abstand  $d$  am Ort  $P$

$$\Delta\Phi = k\Delta s \quad (80)$$

wobei  $\Delta s$  der positiv gezählte Gangunterschied ist. Verstärkung folgt demnach für

$$\Delta\Phi = 0, 2\pi, 4\pi, \dots, 2n\pi \quad (81)$$

also

$$\Delta s = 0, \lambda, 2\lambda, \dots, n\lambda \quad (82)$$

Umgekehrt gilt Auslöschung für

$$\Delta\Phi = \pi, 3\pi, \dots, (2n + 1)\pi \quad (83)$$

also

$$\Delta s = \lambda/2, 3\lambda/2, \dots, \frac{2n + 1}{2}\lambda \quad (84)$$

mit  $n = 0, 1, 2, \dots$ . Die geometrischen Orte der Kurven mit gleichem Phasenunterschied sind Hyperbeln. In großer Entfernung von den Quellen gilt  $\Delta s = d \sin \Theta$  (Abb. 9), also tritt Verstärkung bei den Winkeln

$$\sin \Theta_{\max} = \frac{n\lambda}{d} \quad (85)$$

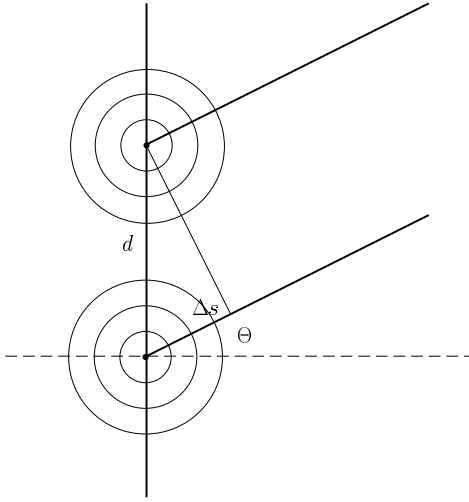


Abbildung 9: Gangunterschied der Wellen in großer Entfernung von zwei Punktquellen.

mit  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  und Abschwächung bei den Winkeln

$$\sin \Theta_{\min} = \pm \frac{(2n + 1)\lambda}{2d} \quad (86)$$

mit  $n = 0, 1, 2, \dots$  auf. Die negativen Vorzeichen berücksichtigen negative Winkel, also die Fälle, in denen die Beobachtungsrichtung unterhalb der gestrichelten Linie der Abb. 9 liegt. In großer Entfernung kann die Variation der Intensität mit dem Abstand (Kap. 2.4) vernachlässigt werden. Verstärkung und Abschwächung werden maximal. Die Intensität in einer Richtung  $\Theta$  ist demnach durch

$$I = 2I_0(1 + \cos(kd \sin \Theta)) \quad (87)$$

gegeben (Abb. 10). Hierin ist  $I_0$  die am Ort des Empfängers gemessene Intensität eines einzelnen Senders.

**Mehrere Quellen in einer Reihe:** Die  $N$  Quellen schwingen gleichphasig. In großer Entfernung gilt (Abb. 11)

$$\Delta\Phi = kd \sin \Theta \quad (88)$$

für die Phasendifferenz der Wellen von zwei benachbarten Quellen. Also sind die Hauptmaxima bei

$$\sin \Theta_{\max} = \frac{n\lambda}{d} \quad (89)$$

Die Intensitätsverteilung wird komplizierter, da zwischen den Hauptmaxima  $N-2$  Nebenmaxima erscheinen. Die genaue Form ist (ohne Beweis) durch

$$I_N = I_0 \frac{\sin^2(N\Delta\Phi/2)}{\sin^2(\Delta\Phi/2)} \quad (90)$$

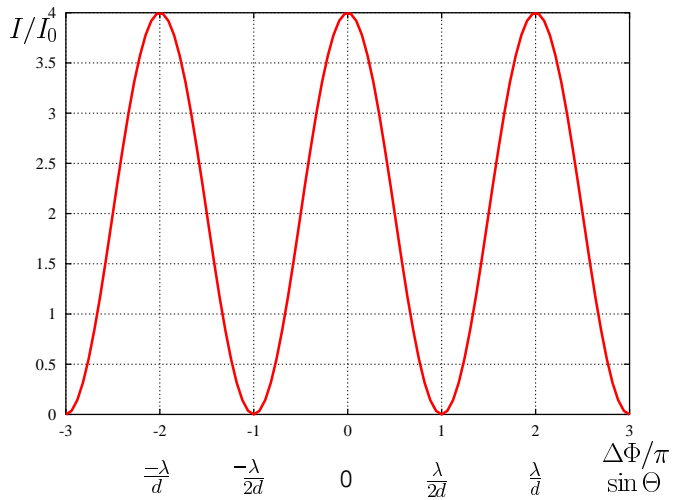


Abbildung 10: Intensitätsverteilung bei der Überlagerung der Wellen von 2 Punktquellen.

gegeben. Für  $N = 2$  ist diese Gleichung mit (69) identisch. Die Abb. 12 zeigt ein Beispiel für  $N = 4$ .

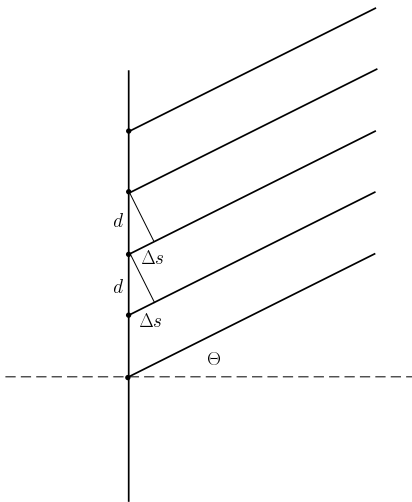


Abbildung 11: Mehrere Punktquellen im Abstand  $d$ .

### 2.7.5 Das Prinzip von Huygens

Gleichphasige Punktquellen werden auch beim Auftreffen einer ebenen Welle auf eine Wand mit Löchern erzeugt. Die Löcher dienen dann als punktförmige Quellen. Huygens erweiterte diese Idee auf beliebige Wellen ohne Wand: „Jeder Punkt einer Wellenfront ist Ausgangspunkt einer Elementarwelle. Die neue Wellenfront

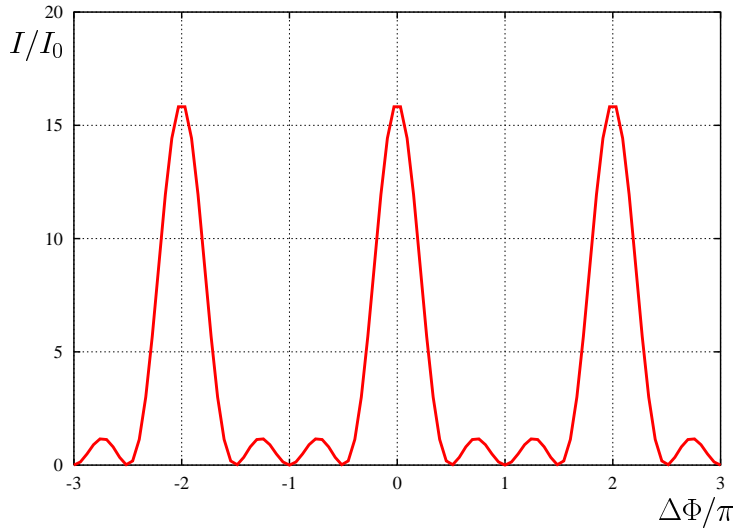


Abbildung 12: Intensitätsverteilung bei der Überlagerung der Wellen von 4 Punktquellen.

(in Ausbreitungsrichtung) wird durch Überlagerung dieser Elementarwellen konstruiert.“

### 2.7.6 Beugung

Beugung tritt immer bei der Begrenzung von Wellenbündeln auf. Einfachstes Beispiel: Ebene Welle auf Spalt. Konstruktion des Beugungsbildes mit Hilfe des Huygenschen Prinzips. Spalt der Breite  $D$  wird in 2 Hälften mit sehr vielen Oszillatoren aufgeteilt. Die geometrische Konstruktion ergibt

$$\sin \Theta_{\min} = \frac{n\lambda}{D} \quad (91)$$

mit  $n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$

Die Intensitätsverteilung (Abb. 13) in großer Entfernung folgt aus (90) für  $N \rightarrow \infty$  und fester Spaltbreite  $D$  zu

$$I(\Theta) = I(0) \frac{\sin^2\left(\frac{1}{2}kD \sin \Theta\right)}{\left(\frac{1}{2}kD \sin \Theta\right)^2} \quad (92)$$

Die Kurvendiskussion ergibt Minima und Maxima, falls die transzendente Gleichung

$$\tan \phi = \phi \quad (93)$$

mit  $\phi = \frac{1}{2}kD \sin \Theta$  erfüllt ist. Damit ist (91) auch analytisch bewiesen. Die Maxima außerhalb des Hauptmaximums bei  $\Theta = 0$  liegen angenähert bei

$$\sin \Theta_{\max} = \pm \frac{(2n+1)\lambda}{2D} \quad (94)$$

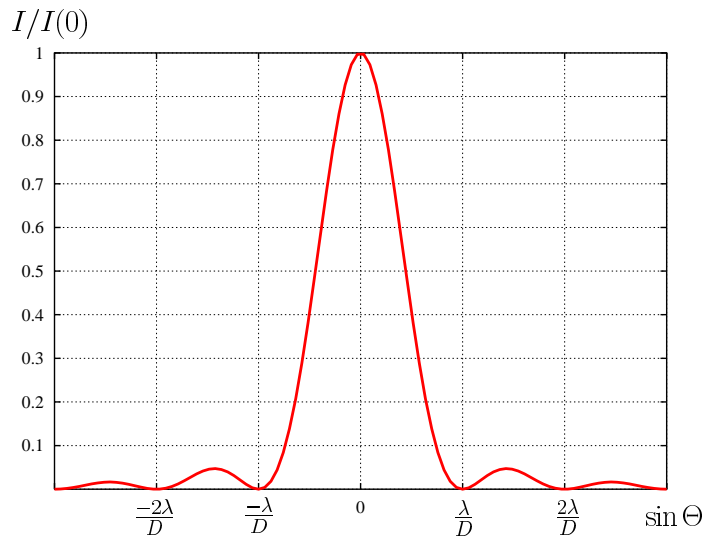


Abbildung 13: Intensitätsverteilung bei der Beugung einer ebenen Welle am Spalt.

mit  $n = 1, 2, 3, \dots$